

Examenvoorspelling

Kansrekening & Statistiek
Prof. Dominique Maes, VUB, juni 2026

Gebaseerd op analyse van **26 examens en documenten** van 2007 tot augustus 2025, gecombineerd met het **overzicht van de professor zelf** (laatste les, 05/05/2026). Vragen zijn gerangschikt op herhalingsfrequentie.

1 Examenstructuur (constant sinds 2014)

Deel	Aantal vragen	Punten
Theorie	3–4 vragen	~15–20
Oefeningen	3 oefeningen	~9–12

De theorie bevat altijd **bewijzen + definities + tekeningen**. De oefeningen volgen altijd het patroon:

1. Kansrekening (Bayes of combinatoriek)
2. Normaalverdeling
3. Hypothesetoets

2 Theorie: frequentietabel

2.1 Tier 1: bijna zeker (verscheen 6+ keer)

#	Onderwerp	Hits
1	Kleinste kwadraten: voorwaarden + afleiding regressiecoëfficiënten + tekening	9
2	Betrouwbaarheidsinterval μ (σ gekend $\rightarrow$ σ ongekend) + factoren lengte	8
3	Statistiek / schatter / zuivere schatter + bewijs zuiverheid s^2	7
4	Definitie kans (axioma's) + bewijs (bijv. $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$)	6
5	Wet totale kans + Bayes + bewijs + boomdiagram	6

2.2 Tier 2: zeer waarschijnlijk (verscheen 3–5 keer)

#	Onderwerp	Hits
6	Meetschalen (nominaal / ordinaal / interval / ratio) + voorbeelden	4
7	Stochastische variabele + verdelingsfunctie + dichtheidsfunctie (bestaat die altijd?)	4
8	Ongecorrleerd $\neq$ onafhankelijk (+ tegenvoorbeeld)	4
9	Kritisch punt / significantieniveau / p -waarde + illustratie (F-toets voor varianties)	4
10	Geheugenloze verdelingen (geometrisch + exponentieel) + bewijs	3
11	Kengetallen positie / spreiding / centrale tendens + boxplot	3
12	Stelling van Chebyshev + bewijs	3
13	CLT + benadering binomiaal/Poisson	3
14	Spreidingsmaten + robuustheid	2
15	Chi-kwadraat toets: wanneer gebruiken	2
16	Relatieve / cumulatieve frequentie + empirische verdelingsfunctie	2

3 Oefeningen: frequentietabel

3.1 Tier 1: bijna zeker (verscheen 5+ keer)

#	Type oefening	Hits
1	Bayes / voorwaardelijke kans (dozen, vazen, kasten, partijen, leugendetector)	10
2	Proportietoets / z -toets voor proporties	6
3	Normaalverdeling: kans berekenen + omgekeerde normaal	6
4	CLT-benadering van binomiaal (n groot, $\text{Bin} \rightarrow N$)	5

3.2 Tier 2: zeer waarschijnlijk (verscheen 3–4 keer)

#	Type oefening	Hits
5	t -toets twee gemiddelden (gepaard of ongepaard)	4
6	Chi-kwadraat onafhankelijkheidstoets (kruistabel)	3
7	Combinatoriek / telproblemen	3
8	Poisson-verdeling	2

4 Voorspelling voor juni 2026

4.1 Theorie (3–4 vragen verwacht)

Let op: regressie

De vraag over **kleinste kwadraten (H7)** verscheen op **9 van de ~12 examens**. Dit is het meest herhaalde theorieonderwerp ooit.

Vraag	Verwacht onderwerp	Kans
T1	Definitie kans + bewijs (deelverzameling, complement, inclusie-exclusie)	85%
T2	Statistiek/schatter/zuivere schatter + bewijs zuiverheid s^2 , of BI voor μ	90%
T3	Kleinste kwadraten: voorwaarden + afleiding + tekening	90%
T4	Rotatie: meetschalen, Chebyshev, CLT, geheugenloze verd., of χ^2 -toets	70%

4.2 Oefeningen (3 oefeningen verwacht)

Oef	Verwacht type	Kans
O1	Bayes / voorwaardelijke kans met boomdiagram	95%
O2	Normaalverdeling: kansen berekenen, of CLT-benadering van binomiaal	90%
O3	Hypothesetoets: t -toets, proportietoets, of χ^2 -toets	90%

5 Examenvragen die letterlijk werden herhaald

Prof. Maes hergebruikt vragen **bijna woordelijk**. Hier zijn exacte herhalingen die ik heb gevonden:

1. BI-vraag (identiek op 4 examens)

“Leid een betrouwbaarheidsinterval af voor het populatiegemiddelde indien de populatievariantie gekend is. Welke factoren bepalen de lengte van dit interval? Wat verandert er indien de populatievariantie niet gekend is?”

Verscheen op: jun’23-24, aug’24-25, vb-theorie, 2007.

2. Kleinste kwadraten (identiek op 5+ examens)

“Aan welke voorwaarden moet er voldaan zijn om de kleinste kwadraten toe te passen? Leid de regressiecoëfficiënten af met een duidelijke tekening waarop alle gebruikte symbolen worden aangeduid.”

Verscheen op: aug’23-24, aug’24-25, jun’15-16, jun’16, vb-theorie.

3. Schatter/zuiverheid (identiek op 4 examens)

“Geef de definitie van een statistiek, van een schatter en van een zuivere schatter. Geef een zuivere schatter voor de populatievariantie en bewijs zijn zuiverheid.”

Verscheen op: aug’23-24, aug’24-25, vb-theorie, 2010-11.

4. p -waarde/significantieniveau (identiek op 3 examens)

“Bij het toetsen van hypothesen worden begrippen als kritisch punt, significantieniveau α en een p -waarde geïntroduceerd. Wat betekenen deze begrippen? Illustreer dit aan

de hand van een toets voor het vergelijken van varianties in 2 verschillende normaal verdeelde populaties.”

Verscheen op: jun'24-25, vb-theorie, 2007.

6 Strategisch studieplan

6.1 Prioriteit 1: moet je kennen (2–3 uur)

1. Kleinste kwadraten regressie (H7), ca. 1 uur

Dit verscheen op **75% van alle examens**. De vraag is bijna altijd exact hetzelfde:

- Voorwaarden voor KK-methode (lineair verband, homoscedasticiteit, normaal verdeelde residuen, onafhankelijke fouten).
- Afleiding: minimaliseer $\sum (y_i - a - bx_i)^2$, partiële afgeleiden = 0, normaalvergelijkingen.
- Tekening: punten (x_i, y_i) , regressielijn $\hat{y} = a + bx$, residuen $e_i = y_i - \hat{y}_i$ als verticale segmenten.

Tip: leer de twee normaalvergelijkingen en hoe je daar a en b uit haalt. De tekening is simpel: puntenwolk + rechte + verticale streepjes voor de residuen. Staat volledig uitgewerkt in de samenvatting §7.

2. Bewijs zuiverheid s^2 (H6), ca. 30 min

Kwam voor op **7 examens**. Altijd dezelfde vraag:

- Definitie statistiek, schatter, zuivere schatter.
- Bewijs: $E[s^2] = \sigma^2$ met $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})^2$.

Tip: de truc is $\sum (X_i - \bar{X})^2 = \sum X_i^2 - n\bar{X}^2$ uitwerken. Staat in de samenvatting §6.

3. BI voor μ + factoren + wat als σ onbekend (H6), ca. 30 min

- Afleiding: $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$, standaardiseer, gebruik $z_{\alpha/2}$.
- Factoren: n ($\uparrow$ = smaller), σ ($\uparrow$ = breder), α ($\downarrow$ = breder).
- Bij σ onbekend: vervang σ door s , z door t_{n-1} (Student- t).

4. Hypothesetoets uitvoeren (H6), ca. 1 uur

Leer de **stappen** + minstens 2 toetsen:

- H_0 en H_1 opstellen.
- Significantieniveau α kiezen.
- Toetsingsgrootheid berekenen.
- Kritisch punt opzoeken.
- Vergelijken en besluit formuleren.

Toetsen om te kennen (meest gevraagd):

- t -toets voor μ (1 steekproef): $t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$
- t -toets twee steekproeven (ongepaard, gelijke σ): pooled variance
- z -toets voor proportie: $z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}$

6.2 Prioriteit 2: goed om te kennen (1 uur)

- **Kritisch punt / significantieniveau / p -waarde** (15 min): definities + illustratie met F-toets (vergelijking twee varianties). Teken de F-verdeling, markeer $\alpha/2$ in beide staarten, kritisch punt, p -waarde.
- **Chi-kwadraat onafhankelijkheidstoets** (20 min): kruistabel, verwachte frequenties $E_{ij} = R_i \cdot C_j / N$, toetsingsgrootte $\chi^2 = \sum (O_{ij} - E_{ij})^2 / E_{ij}$, vrijheidsgraden $(r - 1)(c - 1)$.
- **Bayes-oefening oefenen** (25 min): het patroon twee dozen/vazen/kasten, boomdiagram tekenen, padkansen berekenen, Bayes toepassen. Je kent dit al, maar oefen snelheid.

6.3 Prioriteit 3: bonus (als je nog tijd hebt)

- Meetschalen (nominaal / ordinaal / interval / ratio): 10 min memoriseren.
- Stelling van Chebyshev + bewijs: staat in de samenvatting §4.
- CLT formulering + continuïteitscorrectie: staat in de samenvatting §5.
- Geheugenloze verdelingen (geometrisch + exponentieel): bewijs via $P(X > s + t \mid X > s) = P(X > t)$.

7 Aanvullingen uit het professoroverzicht

De professor gaf op 05/05/2026 een overzicht van de leerstof. Hieronder staan onderwerpen die **extra nadruk** krijgen maar niet in de frequentietabellen verschenen (want ze zijn nieuw of zelden letterlijk gevraagd):

- **H7 – r^2 :** “Wat betekent $r^2 = 0,9$?” werd door de professor als *heel belangrijk* aangeduid.
- **H7 – ANOVA:** gedetailleerd uitleggen + figuur + ANOVA-tabel. Dit is expliciet examenstof.
- **H7 – Variabelentransformatie:** bijv. Michaelis-Menten/Lineweaver-Burk. Hoe ga je te werk, welke moeilijkheden.
- **H7 – Homoscedasticiteit:** wat het betekent (slide 13), effect van outliers.
- **H7 – Modelvalidatie:** hoe kan je het regressiemodel valideren.
- **H6 – PP-plot en QQ-plot:** grafische methoden om verdeling te beoordelen. Minstens één gedetailleerd kunnen uitleggen.
- **H6 – Onderscheidingsvermogen (β):** van wat hangt het af + tekening.
- **H6 – Gepaard vs. ongepaard:** welke toets heeft de grootste macht en waarom.
- **H6 – Chi-kwadraattoets:** afleiding + waarom is het een eenzijdige toets + voorbeeld met kruistabellen.
- **H5 – CLT:** afleiden, historische context, formuleren, voorbeeld geven, benaderingsschema (slide 50).
- **H4 – Chebyshev:** kan als bewijs gevraagd worden (opname ~ 27 min).

8 Wat niet te studeren

Volgens de professor en de examenstructuur:

- Combinatoriek: **geen theorie**, wel toepassen in oefeningen
- Meerdimensionale stochastieken en marginale verdelingen: niet gevraagd op examen
- Scheefheid en kurtosis: niet vanbuiten leren, wel weten wat ze zijn
- Partities zelf vanbuiten leren (wel definitie van partitie)
- Voorbeelden uit de les vanbuiten (wel eigen voorbeelden kunnen bedenken)

Enkel voor Wiskunde/Data Science (niet voor informatica):

- Kolmogorov-Smirnov toets
- Meervoudige lineaire regressie
- Experimentele designs

9 Samenvatting: top 5 voor vanavond

#	Wat	Tijd	Impact
1	Leer de KK-afleiding + tekening (H7, §7.1–7.2 samenvatting)	45 min	Kritiek
2	Leer bewijs zuiverheid s^2 (H6, §6.1 samenvatting)	20 min	Kritiek
3	Leer BI-afleiding voor μ (H6, §6.2 samenvatting)	20 min	Hoog
4	Oefen t -toets en z -toets voor proportie (H6, §6.3)	30 min	Hoog
5	Lees 1 Bayes-oefening door + 1 CLT-benadering (H3, H5)	15 min	Medium

Succes morgen!