

Schriftelijk Examen

Kansrekenen & Statistiek

Tweede zittijd — academiejaar 2024–2025

(reconstructie)

Instructies:

De studenten **Wiskunde en Data Science** lossen vragen **3, 4, 5 en 6** op (en dus *niet* vragen 1 en 2).

Alle andere studenten lossen vragen **1, 2, 3 en 4** op (en dus *niet* vragen 5 en 6).

THEORIE

Vraag 1 [/5 punten].

- a) Geef de mathematische definitie van het begrip *kans*.
- b) Indien voor twee gebeurtenissen A en B geldt dat A een deelverzameling is van B , wat weet je dan over de kansen $P(A)$ en $P(B)$?
- c) Bewijs het bovenstaande. Duid bij elke stap aan welke eigenschap van het begrip kans je gebruikt.

Vraag 2 [/5 punten].

- a) Geef de definitie van een *statistiek*, van een *schatting* en van een *zuivere schatter*.
- b) Geef een zuivere schatter voor de populatievariantie en bewijs zijn zuiverheid.

Vraag 3 [/4 punten].

- a) Leid een betrouwbaarheidsinterval af voor het populatiegemiddelde indien de populatievariantie **gekend** is (de populatie is normaal verdeeld).
- b) Welke factoren bepalen de lengte van dit interval en hoe?
- c) Wat verandert er aan de uitdrukking van dit betrouwbaarheidsinterval indien de populatievariantie **niet** gekend is? Leg uit waarom.

Vraag 4 [/6 punten].

- a) Wanneer mag je de kleinste kwadraten methode toepassen bij lineaire regressie?
- b) Leid de regressiecoëfficiënten mathematisch af.
- c) Maak een **grafiek** waarop je **alle grootheden** die je in de afleiding gebruikt aanduidt.

Vraag 5 (enkel Wiskunde & Data Science).

- a) Beschrijf de Kolmogorov–Smirnov toets indien je wil testen of de volgende steekproef van 5 getallen

(0,82, 0,34, 0,67, 0,22, 0,91)

uniform verdeeld is op het interval $[0, 1]$.

- b) Maak een grafiek ter illustratie.

Vraag 6 (enkel Wiskunde & Data Science).

- a) Welke types fouten heb je bij het toetsen van hypothesen?
- b) Wat is de macht van een toets?
- c) Welke factoren bepalen de macht van een toets? Schets dit en vermeld voor elke factor hoe hij de macht van een toets beïnvloedt (stijgende waarde van de factor → stijgende of dalende macht van de toets).

OEFFENINGEN

Oefening 1 (Kast met boeken) [/3 punten]. Er zijn twee boekenkasten. Er wordt willekeurig een kast gekozen, waarna er willekeurig 4 boeken uit die kast worden gekozen.

- **Kast 1:** 4 statistiekboeken en 6 biologieboeken (10 boeken totaal)
 - **Kast 2:** 8 statistiekboeken en 10 biologieboeken (18 boeken totaal)
- a) Bepaal de kans dat alle 4 de gekozen boeken statistiekboeken zijn **als de eerste kast werd gekozen**.
- b) Bepaal de kans dat alle 4 de gekozen boeken statistiekboeken zijn **als de tweede kast werd gekozen**.
- c) Bepaal de kans dat **de eerste kast werd gekozen** als alle vier de gekozen boeken statistiekboeken zijn.

Oefening 2 (Bier brouwen) [/3 punten]. Karel brouwt in zijn vrije tijd zijn eigen bier. Het alcoholpercentage schommelt echter per productie. Zo weet hij dat het alcoholpercentage van een batch (productie van één brouwsessie) normaal verdeeld is met een gemiddelde van 5%.

Wat is de standaarddeviatie als hij weet dat er een kans van 0,20 bestaat dat het alcoholpercentage van één batch boven de 5,5% ligt?

Oefening 3 (Nieuwe onderwijsmethode) [/3 punten]. Een wiskundeleraar probeert een nieuwe methode uit. Hij laat op hetzelfde moment twee groepen van vier studenten elk een toets maken op 10 punten, waarbij één van de groepen via de nieuwe methode onderwezen is. De resultaten zijn gegeven in de volgende tabel:

Oude methode	Nieuwe methode
3	5
4	6
5	8
8	9

Test op een significantieniveau van 10% of de nieuwe methode betere resultaten oplevert. Je mag ervan uitgaan dat de scores in beide groepen normaal verdeeld zijn, waarbij beide groepen dezelfde populatievariantie hebben.

Oefening 4 (Studenten met de fiets) [/? punten]. Uit een peiling is gebleken dat 1 op de 4 studenten van een zekere universiteit met de fiets naar de campus komt. We vragen vervolgens aan **160** willekeurige studenten van deze universiteit of ze met de fiets naar de campus gaan.

Benader de kans dat **hoogstens 50** van de gekozen studenten op de fiets naar de campus gaan.

— *Einde examen* —