

# Examen Augustus 2024

1. Gegeven twee talen  $L_a$  en  $L_b$  over het alfabet  $\Sigma = \{a, b\}$  met:

$$L_a = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ bestaat uit een even aantal } a\text{'s}\}$$

$$L_b = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ bestaat enkel uit twee } b\text{'s}\}$$

- Geef een DFA voor  $L_a \cup L_b$ . Toon ook aan dat deze minimaal is.
- Hoe pas je deze aan om  $L_a \setminus L_b$  te herkennen?
- Is deze aangepaste automaat nog steeds minimaal? Bewijs.

2. Gegeven een grammatica  $G$  over het alfabet  $= \{a, b, \langle, \rangle, ;\}$

$$S \rightarrow \langle D; BC \rangle | S$$

$$A \rightarrow \langle A; BC \rangle | \langle B; CE \rangle$$

$$B \rightarrow D$$

$$C \rightarrow ; A | \lambda$$

$$D \rightarrow aC | bC | S$$

$$E \rightarrow \langle A; BS \rangle$$

- Zet dit om naar Chomsky Normal Form
  - Gebruik CYK om te bepalen of  $\langle a; b; c \rangle \in L(G)$
  - Beschrijf de taal  $L(G)$  van  $G$
3. Een Contextuele Turing Machine (CTM) is een variant van een Turing Machine (TM) waarbij de wijzer niet enkel afhankelijk is van de positie waarop deze staat, maar ook van die links en rechts van hem.
- Geef de formele definitie van een CTM in de vorm van een tuple met transitiefunctie.
  - Is een CTM krachtiger dan een normale TM?  
Bewijs dit door aan te tonen dat een CTM kan omgezet worden naar een normale TM of door een tegenvoorbeeld te geven.

4. Zijn de volgende talen over het vocabularium regulier? Zijn ze context-vrij? Zijn ze recursief enumereerbaar? Toon al jouw antwoorden aan (voor positieve antwoorden bijvoorbeeld door een grammatica of automaat van de juiste soort op te stellen of door geziene eigenschappen te gebruiken; voor negatieve antwoorden bijvoorbeeld door een pompstelling, een reductie van het halting probleem, of andere geziene eigenschappen te gebruiken). Wanneer je Turing machines construeert mag je een hoogniveau beschrijving van het gedrag geven zonder de transitiefunctie in detail uit te schrijven. Je mag dan gebruik maken van bouwblokken die simpele operaties doen (bijvoorbeeld een TM die optelling of vermenigvuldiging doet).

a. De taal  $L_1$  over het alfabet  $\Sigma = \{1, +, =\}$  :

$$L_1 = \{x = y + z \mid \text{met } x, y, z \text{ natuurlijke getallen in unaire representatie en } x = y + z\}$$

b. De taal  $L_2$  over het alfabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  :

$$L_2 = L_a \cap L_b$$

$$\text{met } L_a = \{a^n b^n c^m \mid n, m \geq 0\} \text{ en } L_b = \{a^m b^n c^n \mid n, m \geq 0\}$$