

Examen Automaten en Berekenbaarheid

Prof. Dr. Bart Bogaerts
Mathieu Reymond

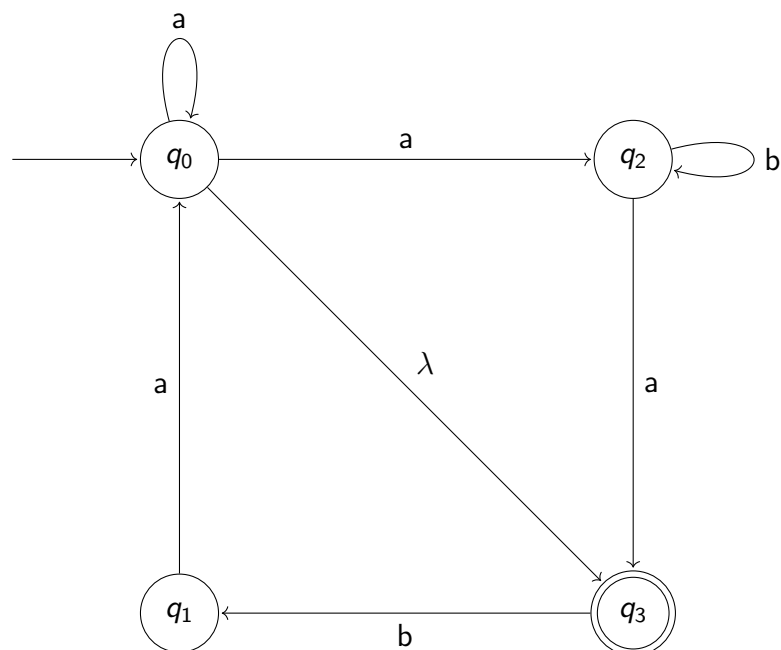
8 juni 2019

Het examen is gesloten boek. Gebruik van hulpmiddelen is niet toegestaan.
Begin voor elke vraag een nieuw blad. Vermeld op elk blad duidelijk je naam en rolnummer.
Zet je GSM af.
Veel succes!

Vraag 1

Zet onderstaande NFA (non-deterministic finite automaton) om naar een **minimale** DFA (deterministic finite automaton), door gebruik te maken van de geziene procedures. Teken het resultaat.

Leg in elke stap uit wat je doet.



Vraag 2

Beschouw de taal

$$L_1 := L((aba)^*).$$

Is het complement van L_1 (i.e. $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \notin L_1\}$) regulier? Indien ja, geef er dan een **reguliere expressie** voor en **beargumenteer** waarom jouw expressie correct is. Indien neen, toon aan met behulp van de **pompstelling**.

Vraag 3

Veronderstel dat L_r een reguliere taal is.

Zijn de volgende talen over het vocabularium $\{a, b\}$ regulier? Zijn ze context-vrij? Zijn ze context-sensitief? Zijn ze (semi-)beslisbaar? Toon al jouw antwoorden aan (voor positieve antwoorden bijvoorbeeld door een grammatica of automaat van de juiste soort op te stellen of door geziene eigenschappen te gebruiken; voor negatieve antwoorden bijvoorbeeld door een pompstelling, een reductie van het halting probleem, of andere geziene eigenschappen te gebruiken).

1. $\{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = 2 * n_b(w) \text{ en voor elke initiele substring } v \text{ van } w \text{ geldt dat } n_a(v) \geq 2 * n_b(v).\$
($n_a(w)$ is het aantal a 's in w en we noemen v een initiele substring van w als $w = vx$ voor een of andere $x \in \{a, b\}^*$.)
2. $\{(ab)^i b^j (ba)^{i+j} \mid i, j \in \mathbb{N}, i > j\}$
3. $\{w \mid ww^R \in L_r\}$ (**moeilijk – indien deze vraag niet meteen lukt is het aangeraden om eerst de andere vragen op te lossen**)

Vraag 4

Zet volgende grammatica in Chomsky Normal Form:

$$S \rightarrow A \mid bC \mid FG$$

$$C \rightarrow \lambda \mid Db \mid D$$

$$E \rightarrow D \mid C$$

$$D \rightarrow C \mid bB \mid \lambda$$

$$A \rightarrow cA \mid bBC$$

$$F \rightarrow bF$$

$$G \rightarrow a \mid aG$$

Vraag 5

Gegeven is een **2-track** Turing Machine **M** die zich als volgt gedraagt.

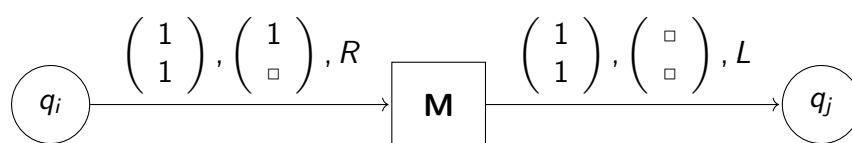
- Deze machine verwacht een string die enkel bestaat uit een aantal '1' symbolen (x in unaire notatie) op de tweede track en verwacht dat de read-write head aan het begin van deze expressie staat.
- Als aan de bovenstaande verwachting voldaan is, beweegt de read-write head zich x^2 stappen naar rechts.
- Als er niet aan de verwachting voldaan is, doet deze machine niets (i.e., ze laat beide tapes en de positie van de read-write heads ongewijzigd).

Het gedrag van **M** wordt hieronder geïllustreerd:

		...	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
Voor:	track 1	☐	1	1	1	1	1	1	1	☐	☐	☐	☐
	track 2	☐	☐	1	1	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
				△									
		...	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
Na:	track 1	☐	1	1	1	1	1	1	1	☐	☐	☐	☐
	track 2	☐	☐	1	1	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
								△					

Maak gebruik van **M** (enkel van **M**, niet van andere machines gezien in de les) om een **deterministische 2-track** Turing machine **SQ** te maken, die voor een natuurlijk getal $x > 0$ (dat op de eerste track staat en met lege tweede track), eindigt met x op de eerste track en $\sqrt{x}$ op de tweede track indien $\sqrt{x}$ zelf een natuurlijk getal is, en in die niet eindigt als $\sqrt{x}$ geen natuurlijk getal is.

Maak gebruik van **M** in **SQ**, als aangeduid op het volgende voorbeeld:



Geef uitgebreide uitleg over de werking van je Turing Machine. Zonder uitleg krijg je geen punten op deze vraag!