

Examen Automaten en berekenbaarheid

Prof. Dr. Ann Nowé
Prof. Dr. Simon Keizer
Pieter Libin
Mathieu Reymond

11 juni 2018

Het examen is gesloten boek.

Begin voor elke vraag een nieuw blad. Vermeld op elk blad duidelijk je naam en rolnummer.

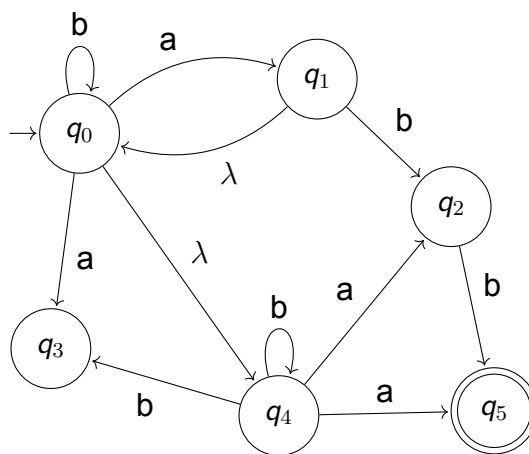
Zet je GSM af.

Veel succes!

Vraag 1 (3pt)

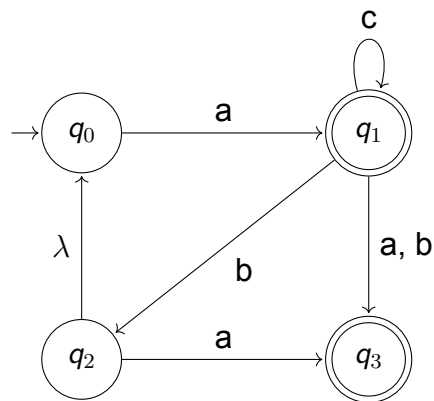
Zet onderstaande niet-deterministische FSA (finite state automaton) om naar een **minimale** deterministische FSA, door gebruik te maken van de geziene procedures. Teken het resultaat.

Toon aan dat je automaat minimaal is.



Vraag 2 (2pt)

Geef de reguliere expressie van de taal die wordt geaccepteerd door deze automaat. Volg de geziene procedure, die gebruik maakt van GTGs (General Transition Graph).



Vraag 3 (2pt)

Is de volgende taal regulier? Indien ja, geef een DFA voor de taal, anders bewijs met de pompstelling.

$$L_1 = \{0^i 1^j \mid 0 \leq 2i \leq j\}$$

Vraag 4 (3pt)

Zet volgende grammatica in Chomsky Normal Form:

$$S \rightarrow aba|aC|CD|D$$

$$A \rightarrow aA|bB|\lambda$$

$$B \rightarrow b|Aa$$

$$C \rightarrow aC|D|\lambda$$

$$D \rightarrow bb|Sb|\lambda$$

Vraag 5 (6pt)

Zijn volgende talen context-vrij? Als de taal context-vrij is, geef dan een niet-deterministische push-down automaton. Als de taal niet context-vrij is, bewijs dit aan de hand van de pompstelling.

a) $L_1 = \{(a+b)^n(a+c)^n | n \geq 0\}$

b) $L_2 = \{a^k b^n c^m | m = kn \text{ en } k, n, m > 0\}$

Vraag 6 (4pt)

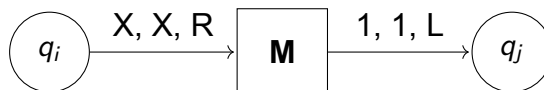
Gegeven is een single-tape Turing Machine $\mathbf{M} (Q_M, \{1, \bullet\}, \Gamma_M, \delta_M, q_{M_0}, \square, \{q_{M_f}\})$, die het product xy in unaire representatie berekent. Deze machine verwacht een aantal '1' symbolen (x) op de tape, gevolgd door het ' $\bullet$ ' symbool, gevolgd door een aantal '1' symbolen (y), en schrijft als output x maal y op de tape. De output start op dezelfde positie als de oorspronkelijke input. De head wordt terug op het begin van de output geplaatst.

	...	0	1	2	3	4	5	6	7	...
Voor:	$\square$	$\square$	1	1	$\bullet$	1	1	1	$\square$	$\square$
			$\triangle$							
	...	0	1	2	3	4	5	6	7	...
Na:	$\square$	$\square$	1	1	1	1	1	1	$\square$	$\square$
			$\triangle$							

Maak gebruik van $\mathbf{M}$ om een **single**-tape Turing Machine $\mathbf{P}$ te maken, die x^y in unaire representatie berekent, met $x, y > 0$. De output start op dezelfde positie als de oorspronkelijke input. De head mag op een willekeurige positie eindigen.

	...	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
Voor:	$\square$	$\square$	1	1	$\wedge$	1	1	1	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
			$\triangle$									
	...	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
Na:	$\square$	$\square$	1	1	1	1	1	1	1	1	$\square$	$\square$
			$\triangle$									

Maak gebruik van $\mathbf{M}$ in $\mathbf{P}$, als aangeduid op het volgende voorbeeld:



Geef uitgebreide uitleg over de werking van je Turing Machine. Zonder uitleg krijg je geen punten op deze vraag!