

Examen “Automaten en berekenbaarheid”

1ste zittijd 2016-17

Prof. Dr. Ann Nowé
Pieter Libin

29 juni 2017

Het examen is gesloten boek.
Begin voor elke vraag een nieuw blad.
Zet je GSM af.
Succes!

Vraag 1 (4pt)

Gegeven een automaat $M = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{a, b\}, \delta, q_1, \{q_3, q_4\})$. δ is gegeven door:

	a	b
q_1	q_2	q_3
q_2	q_5	q_6
q_3	q_1	q_4
q_4	q_6	q_3
q_5	q_2	q_1
q_6	q_5	q_4

- (a) Geef een reguliere grammatica op basis van automaat M . Gebruik de geziene omzettingmethode.
- (b) Construeer een minimale DFA. Teken ook je automaat.

Vraag 2 (3pt)

Zet de volgende grammatica om naar de Chomsky Normal Form, maar ga eerst de voorwaarden na.

$S \rightarrow R|aTa$
 $R \rightarrow b|\lambda$
 $T \rightarrow R|c$

Vraag 3 (2pt)

Dit is zijn 4 ja/nee vragen. Als je de vraag correct beantwoord krijg je $\frac{1}{2}$ punt, als je de vraag fout beantwoord wordt er 1 punt afgetrokken. Als je de vraag niet oplost krijg je geen punt, en wordt er geen punt afgetrokken. Je kan minimaal 0/2 krijgen op deze vraag.

- (a) Stel, we hebben de regulier taal L , dewelke een minimale DFA heeft met k toestanden. Bestaat er dan een contextvrije grammatica met k variabelen?
- (b) Stel, we hebben de regulier taal L , dewelke een minimale DFA heeft met k toestanden. Heeft dan elke NFA voor L minimaal k toestanden?
- (c) Stel we hebben onderstaande contextvrije grammatica. Is deze grammatica oneindig?
 $S \rightarrow AB|0$
 $A \rightarrow 01|1|A|B$
 $B \rightarrow 0$
- (d) Als we een contextvrije taal L hebben over het alfabet Σ en een woord $w \in \Sigma^*$. Is de taal $\{xw \in \Sigma^* | x \in L\}$ dan contextvrij?

Vraag 4 (4pt)

Zijn de onderstaande talen context-vrij? Toon aan, aan de hand van een automaat of de pompstelling.

- (a) $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R \wedge \#a(w) = \#b(w)\}$
- (b) $L_2 = \{a^p \mid p \text{ is priem} \wedge p < 10\}$

Vraag 5 (4pt)

Maak een **2-band Turing machine** die de functie $f(n) = n^2$ berekent. Je mag veronderstellen dat de invoer van de automaat (i.e., n), op de eerste band staat. Veronderstel dat de invoer in unair formaat is en zorg dat de Turing machine het resultaat ook in unair formaat uitvoert. Teken je automaat en leg de werking ervan bondig uit. Een automaat zonder duidelijke uitleg krijgt geen punten!

Vraag 6 (3pt)

Het “state-entry probleem” kan als volgt beschreven worden: veronderstel een Turing machine M met toestand q en input w , is het beslisbaar om te weten dat M toestand q gebruikt voor input w ? Het “state-entry probleem” is onbeslisbaar, bewijs dit aan de hand van een reductie.