

# Examen Automaten en Berekenbaarheid

Prof. Dr. Bart Bogaerts

8 juni 2019 (15.30 en 16.30)

Het examen is gesloten boek. Gebruik van hulpmiddelen is niet toegestaan.

Begin voor elke vraag een nieuw blad. Vermeld op elk blad duidelijk je naam en rolnummer.

Zet je GSM af.

Veel succes!

Wanneer je klaar bent, schrijf je je naam op het bord. Jullie worden in die volgorde binnengeroepen om mondeling te verdedigen.

## Vraag 1.

Bewijs het halting theorem op twee manieren. Enerzijds door een onmogelijke Turing machine te creëren vertrekkende van de veronderstelling dat het halting theorem niet waar is. Anderzijds, door gebruik te maken van de eigenschap dat er recursief enumereerbare talen bestaan die niet recursief zijn.

## Vraag 2.

Bespreek volgende stelling en zijn bewijs kritisch.

**Stelling.** *Zij  $L_1$  en  $L_2$  context-vrije talen over  $\Sigma$ . Dan bestaat er een niet-deterministische push-down automaat (NPDA) die  $L_1 \cap L_2$  accepteert.*

*Bewijs.* Om een of andere reden bestaan er NPDAs  $M_1 = (Q_1, \Sigma, \Gamma, \delta_1, q_{0,1}, z, F_1)$  en  $M_2 = (Q_2, \Sigma, \Gamma, \delta_2, q_{0,2}, z, F_2)$  zodat  $L(M_1) = L_1$  en  $L(M_2) = L_2$ . Beschouw nu de NPDA  $M$  met als states  $Q = Q_1 \times Q_2$ . Intutief houdt deze NPDA bij in welke states beide automaten zich zouden bevinden.  $\delta$  is componentsgewijs gedefiniëerd, i.e., als  $M$  zich in een toestand  $(q_1, q_2)$  bevindt, dan zal hij zich na de transitie in  $(\delta_1(q_1), \delta_2(q_2))$  bevinden. Om een of andere reden geeft dit geen probleem met niet-determinisme. De finale states van  $M$  zijn  $F = F_1 \times F_2$ , i.e. een string wordt geaccepteerd indien hij uitkomt in een toestand die voor beide automaten ( $M_1$  en  $M_2$ ) acceptierend is. In dat geval is  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, (q_{0,1}, q_{0,2}), z, F)$  een automaat die  $L_1 \cap L_2$  accepteert.  $\square$