

Examen Logica en Berekenbaarheid

Theorie 1: Consistentie

1. Geef de definitie van **semantische consistentie**.
 2. Geef de definitie van **syntactische consistentie**.
 3. Syntactische consistentie en semantische consistentie zijn equivalent. Wat is de naam van de stelling die dit stelt? (Geen bewijs nodig).
-

Theorie 2: Predicatenlogica

1. Hoe wordt de waardering $\exists x\varphi$ gedefinieerd, gegeven een model M en een bedeling b ?
 2. Hoe wordt de waardering $\forall x\varphi$ gedefinieerd, gegeven een model M en een bedeling b ?
 3. Toon aan dat: $\exists x\neg\varphi \equiv \neg\forall x\varphi$
 4. Welke voorwaarde moeten we opleggen aan de vrije variabelen zodat de equivalentie $(\forall x\varphi) \wedge \psi \equiv \forall x(\varphi \wedge \psi)$ geldig is?
 5. Bewijs de equivalentie $(\forall x\varphi) \wedge \psi \equiv \forall x(\varphi \wedge \psi)$. Duid expliciet aan waar de voorwaarde uit vraag (4) wordt gebruikt.
-

Theorie 3: Fixpunten en Lambda-calculus

1. Geef de definitie van een **fixpunt**.
 2. Geef voor een willekeurige functie F een fixpunt aan met behulp van de Y -combinator.
 3. Bewijs dat de λ -expressie uit de vorige vraag inderdaad een fixpunt is van F .
-

Oefening 1: Natuurlijke Deductie

1. Toon aan via natuurlijke deductie:

$$\vdash ((p \vee q) \rightarrow \neg\neg(p \vee q)) \wedge ((\neg\neg p \vee q) \rightarrow (p \vee q))$$

2. Gebruik het resultaat uit (1) om aan te tonen dat:

$$(p \vee q) \equiv \neg\neg(p \vee q)$$

Oefening 2: (misschien niet 100% correct!!!!)

Vertaal de volgende zinnen naar predicaatenlogica en gebruik een **semantisch tableau** om aan te tonen dat er een student bestaat die niet slaagt:

- *Er bestaat een zekere student die een student helpt.*
- *Voor alle studenten geldt dat als ze door iemand geholpen worden, ze slagen.*
- *Het project is echter zo zwaar dat het voor elke student onmogelijk is om iemand te helpen en zelf te slagen.*

Gebruik de volgende predicaaten:

- $H(x, y)$: student x helpt student y
 - $S(x)$: student x slaagt
-

Oefening 3: Reductie in Lambda-calculus

Bereken de volledige reductie van de volgende expressie:

$((\text{if})(\text{iszero})c_0)\text{false})\text{true}$

Gebruik de volgende definities:

- $\text{if} := \lambda c. \lambda d. \lambda e. ((c)d)e$
- $\text{iszero} := \lambda n. ((n)\lambda x. \text{false})\text{true}$
- $\text{false} := \lambda t. \lambda f. f$
- $\text{true} := \lambda t. \lambda f. t$