

Naam:

Studentennummer:

OEFENINGEN

- Vergeet niet om je **NAAM en voornaam (in drukletters)** en **rolnummer** te noteren.
- Kladpapier alsook de cheatsheets zijn beschikbaar achteraan deze bundel. Het is toegelaten om dit los te maken van de bundel. Opgaven en oplossingen **mogen niet losgemaakt** worden.

Oefening 1 – Propositielogica (20 punten)

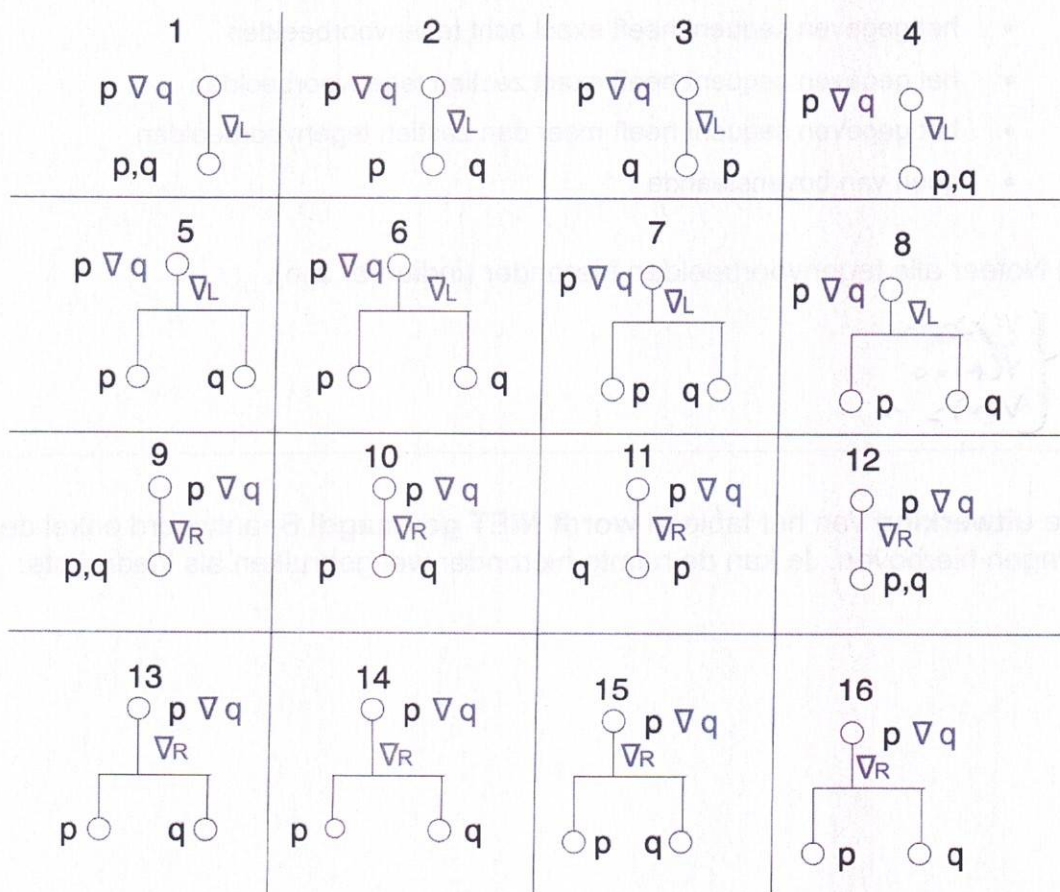
Gegeven:

$$(r \wedge (r \vee p)) \circ ((s \vee p) \leftrightarrow p)$$

De waarheidstabel van “ $\vee$ ” is hieronder gegeven in Figuur 1. De mogelijke reductieregels om “ $\vee$ ” te reduceren zijn hieronder gegeven in Figuur 2.

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

Figuur 1



Figuur 2

Examen Logica & Formele Systemen – Aug 2023

Naam:

Studentennummer:

Gevraagd:

Bepaal het aantal tegenvoorbeelden van bovenstaand sequent door middel van **een semantisch tableau**:

a) **Bepaal eerst** op basis van de gegeven waarheidstabel in Figuur 1 **de reductieregels** die je nodig hebt in je semantisch tableau. Vul vervolgens hieronder de juiste antwoorden in:

- de **linker-reductieregel** van “ ∇ ” komt overeen met **2** (nummer invullen) op Figuur 2.
- de **rechter-reductieregel** van “ ∇ ” komt overeen met **1.5** (nummer invullen) op Figuur 2.

b) **Werk vervolgens** het semantisch tableau uit en geef hieronder het aantal tegenvoorbeelden (indien er zijn) door het juiste antwoord te **omcirkelen**.

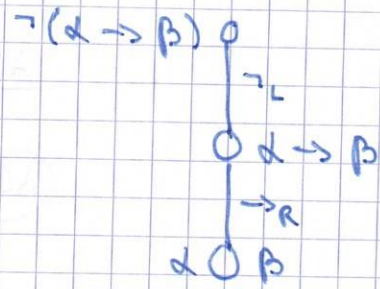
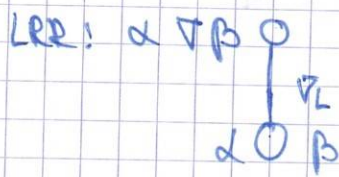
- het gegeven sequent heeft geen enkel tegenvoorbeeld
- ☒ • het gegeven sequent heeft exact één tegenvoorbeeld
- het gegeven sequent heeft exact twee tegenvoorbeelden
- het gegeven sequent heeft exact drie tegenvoorbeelden
- het gegeven sequent heeft exact vier tegenvoorbeelden
- het gegeven sequent heeft exact acht tegenvoorbeelden
- het gegeven sequent heeft exact zestien tegenvoorbeelden
- het gegeven sequent heeft meer dan zestien tegenvoorbeelden
- geen van bovenstaande

c) Noteer alle tegenvoorbeelden hieronder (indien er zijn).

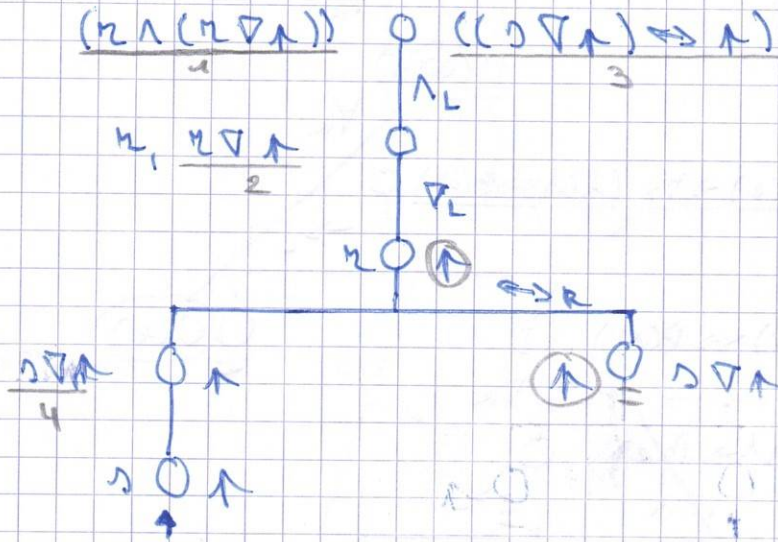
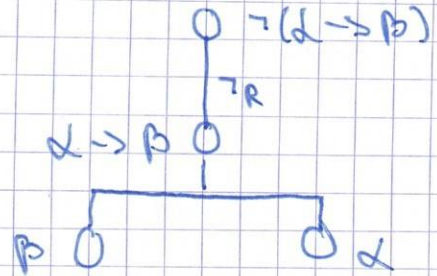
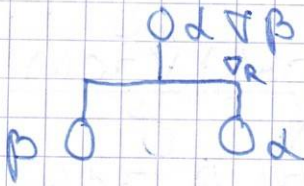
$$\begin{cases} V(\alpha) = 1 \\ V(\beta) = 0 \\ V(\gamma) = 1 \end{cases}$$

De **uitwerking** van het tableau **wordt NIET gevraagd!** Beantwoord enkel de vragen hierboven. Je kan de ruimte hieronder wel gebruiken als kladruimte.

Q1:



RRR:



1. Gegenbeispiel

$$\begin{cases} V(s) = 1 \\ V(\neg) = 0 \\ V(\wedge) = 1 \end{cases}$$

Naam:

Studentennummer:

Oefening 2 – Predicaatlogica (10 punten)

Gegeven

$$\forall y \left(C(y) \rightarrow \forall x (A(x) \leftrightarrow B(x)) \right), \exists z (A(z) \wedge \neg B(z)) \circ \forall x (\neg A(x) \vee \neg C(x))$$

a) **Omcirkel** het juiste antwoord hieronder.

- ☒ het gegeven sequent heeft geen enkel tegenvoorbeeld
- ☐ het gegeven sequent heeft exact één tegenvoorbeeld
- ☐ het gegeven sequent heeft exact twee tegenvoorbeelden
- ☐ het gegeven sequent heeft exact drie tegenvoorbeelden
- ☐ het gegeven sequent heeft exact vier tegenvoorbeelden
- ☐ het gegeven sequent heeft exact acht tegenvoorbeelden
- ☐ het gegeven sequent heeft exact zestien tegenvoorbeelden
- ☐ het gegeven sequent heeft meer dan zestien tegenvoorbeelden
- ☐ geen van bovenstaande

b) Noteer alle tegenvoorbeelden hieronder (indien er zijn).



De **uitwerking** van het tableau **wordt NIET gevraagd!** Beantwoord enkel de vragen hierboven. Je kan de ruimte hieronder wel gebruiken als kladruimte.

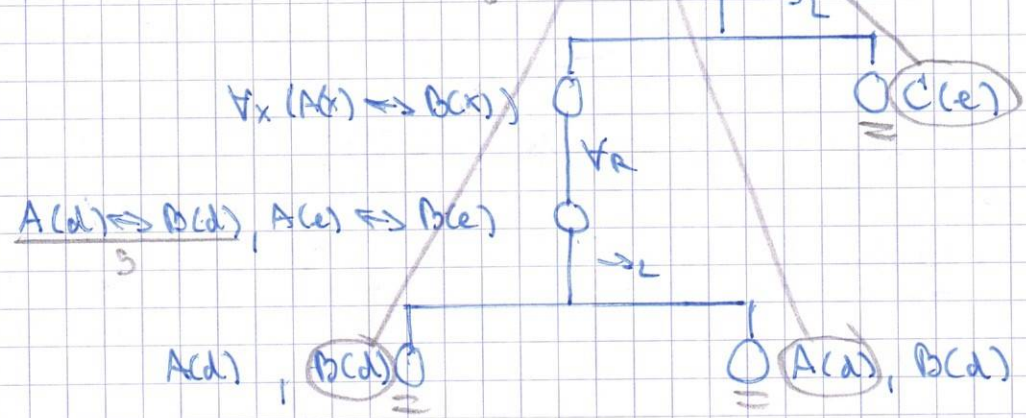
$$\forall y (C(y) \rightarrow \forall x (A(x) \leftrightarrow B(x))), \exists z (A(z) \wedge \neg B(z)) \vdash \forall x (\neg A(x) \vee \neg C(x))$$

$D = \{z\}$

$D = \{d, z\}$

$D = \{d, e\}$

$$C(d) \rightarrow \forall x (A(x) \leftrightarrow B(x)), C(e) \rightarrow \forall x (A(x) \leftrightarrow B(x))$$



Naam:

Studentennummer:

Oefening 3 – Predicaatlogica (10 punten)

Bewijs aan de hand van **natuurlijke deductie**:

$$\forall z(Az \rightarrow Cz), \forall xBx \vdash \exists y(Ay \rightarrow (Cy \wedge By))$$

Sla geen stappen over.

Vermeld duidelijk **eventuele aannames**.

Vermeld **bij elke stap welke regel** je hebt toegepast, uit **welke formules** de formule afgeleid werd en **welke aannames worden ingetrokken**.

Indien er **voorwaarden** verbonden zijn aan het gebruik van een regel, **controleer** deze dan en vermeld waarom je de regel mag toepassen! Er zullen **punten afgetrokken** worden voor het niet vermelden/controleren/motiveren van deze voorwaarden!

Gebruik enkel afleidingsregels zoals op het formularium. **Zet geen formules om** in logisch equivalente formules. Wetten zoals bijvoorbeeld De Morgan of contrapositie **mogen niet gebruikt worden**. Gebruik ook **geen lineaire notatie**!

EG: $\forall z (A_z \rightarrow C_z), \forall x B_x \vdash \exists y (A_y \rightarrow (C_y \wedge B_y))$

$$\begin{array}{c}
 \hline
 \forall z (A_z \rightarrow C_z) \text{ mit } \varphi_1 \quad \forall E^{(1)} \\
 \hline
 \begin{array}{c}
 A_a \rightarrow C_a \text{ mit } \varphi_1 \\
 \hline
 C_a \text{ mit } \varphi_1, A_a
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 A_a \text{ mit } A_a \rightarrow E \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \forall x B_x \text{ mit } \varphi_2 \quad \forall E \\
 \hline
 B_a \text{ mit } \varphi_2 \\
 \hline
 \Lambda_I
 \end{array}
 \\
 \hline
 C_a \wedge B_a \text{ mit } \varphi_1, \varphi_2, A_a \\
 \hline
 A_a \rightarrow (C_a \wedge B_a) \text{ mit } \varphi_1, \varphi_2 \quad \rightarrow_I [-A_a] \\
 \hline
 \exists y (A_y \rightarrow (C_y \wedge B_y)) \quad \exists_I
 \end{array}$$

Naam:

Studentennummer:

Oefening 4 – Lambda Calculus (10 punten)

Gegeven de onderstaande definities, reken uit: $((\text{cons})(\text{succ})c_{17})c_7) \text{cdr}$.

Aangezien de uitkomst zelf triviaal is krijg je punten op de uitwerking. Schrijf dus **alle tussenstappen** op en maak geen gebruik van de kennis over *cons*, *succ*, *cdr* uit de cursus maar gebruik de gegeven definities.

Belangrijk: in je uitwerking mag je **maximaal twee van de drie gegeven definities gebruiken!** Denk goed na over welke twee definities je best gebruikt.

$$\text{cons} \equiv \lambda a. \lambda d. \lambda z. ((z)a)d$$

$$\text{succ} \equiv \lambda n. \lambda f. \lambda x. (f)((n)f)x$$

$$\text{cdr} \equiv \lambda a. \lambda d. d$$

$$= ((\text{com}) (\text{succ}) c_{17}) c_7 \text{cdh}$$

$$= ((\lambda a. \lambda d. \lambda z. ((z) a) d) (\lambda m. \lambda f. \lambda x. ((m) f) x) c_{17}) c_7 \text{cdh}$$

$$= \beta ((\text{com}) \lambda f. \lambda x. (f) ((c_{17}) f) x) c_7 \text{cdh}$$

$$= ((\text{com}) \lambda f. \lambda x. (f) ((\lambda a. \lambda b. (a)^{17} b) f) x) c_7 \text{cdh}$$

$$= \beta ((\text{com}) \lambda f. \lambda x. (f) (\lambda b. (f)^{17} b) x) c_7 \text{cdh}$$

$$= \beta ((\text{com}) \lambda f. \lambda x. (f) (f)^{17} x) c_7 \text{cdh}$$

$$= \beta ((\text{com}) \lambda d. \lambda x. (d)^{10} x) c_7 \text{cdh}$$

$$= ((\text{com}) c_{10}) c_7 \text{cdh}$$

$$= ((\lambda a. \lambda d. \lambda z. ((z) a) d) c_{10}) c_7 \text{cdh}$$

$$= \beta (\lambda d. \lambda z. ((z) c_{10}) d) c_7 \text{cdh}$$

$$= \beta (\lambda z. ((z) c_{10}) c_7) \text{cdh}$$

$$= \beta ((\text{cdh}) c_{10}) c_7$$

$$= ((\lambda a. \lambda d. d) c_{10}) c_7$$

$$= \beta (\lambda d. d) c_7$$

$$= \beta c_7$$

Met 2 DEF. Met 3 DEF.

$$((\text{com}) (\text{succ}) c_{17}) c_7 \text{cdh}$$

$$= ((\lambda a. \lambda d. \lambda z. ((z) a) d) (\text{succ}) c_{17}) c_7 \text{cdh}$$

$$= \beta (\lambda d. \lambda z. ((z) (\text{succ}) c_{17}) d) c_7 \text{cdh}$$

$$= \beta (\lambda z. ((z) (\text{succ}) c_{17}) c_7) \text{cdh}$$

$$= \beta ((\text{cdh}) (\text{succ}) c_{17}) c_7$$

$$= ((\lambda a. \lambda d. d) (\text{succ}) c_{17}) c_7$$

$$= \beta (\lambda d. d) c_7$$

$$= \beta c_7$$