

Schriftelijk Examen

Wiskunde: Lineaire Algebra

Eerste zittijd academiejaar 2025–2026

Jan De Beule

19/06/2026 (reconstructie)

Vraag 1: Waar of vals

Beoordeel of de volgende stellingen waar of vals zijn. Motiveer telkens uw antwoord.

1. Een matrix met dimensies 3×5 heeft een nulruimte van dimensie hoogstens 3.
2. Alle vectoren die behoren tot de eigenruimte van een matrix zijn ook effectief eigenvectoren van die matrix.
3. Er kunnen geen 5 lineair onafhankelijke vectoren bestaan in de vectorruimte $\mathbb{R}^4$.
4. Het product van twee inverteerbare 4×4 -matrices is altijd een matrix met determinant verschillend van nul.

Vraag 2

Gegeven is het volgende stelsel met parameter $m \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + y + z = 1, \\ 3x + my + 3z = 6, \\ x + y + (m - 1)z = 1. \end{cases}$$

1. Voor welke waarden van m heeft het stelsel precies één oplossing? Geef deze oplossing.
2. Voor welke waarden van m heeft het stelsel geen oplossing?
3. Voor welke waarden van m heeft het stelsel oneindig veel oplossingen? Geef in dat geval de oplossingen.
4. Voor welke waarden van m is de coëfficiëntenmatrix van dit stelsel inverteerbaar?

Vraag 3

Gegeven zijn de vectorruimte

$$\mathbb{R}^3 = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

en de deelverzameling

$$H_c = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid a + b = c \right\}.$$

De standaardbasis van $\mathbb{R}^3$ wordt genoteerd als

$$\mathcal{E} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Beschouw daarnaast de verzameling

$$\mathcal{B}_c = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1. Bewijs dat H_c een deelruimte is van $\mathbb{R}^3$.
2. Vormt $\mathcal{B}_c$ een basis van H_c ? Motiveer uw antwoord.
3. Voeg een vector toe aan $\mathcal{B}_c$ zodat men een basis $\mathcal{H}$ van $\mathbb{R}^3$ bekomt.
4. Gegeven is de vector

$$[v]_{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ten opzichte van de basis $\mathcal{H}$. Transformeer deze vector naar de standaardbasis $\mathcal{E}$ met behulp van de overgangsmatrix P . Hoe heten de matrices P en P^{-1} ?

Vraag 4

Gegeven is de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 8 & -2 & 2 \\ 16 & -6 & 5 \end{pmatrix}.$$

1. Bepaal de karakteristieke vergelijking van A , de eigenwaarden en hun multipliciteiten.
2. Ga na of er matrices P en D bestaan zodat

$$A = PDP^{-1}.$$

Indien dit mogelijk is, bepaal dan zulke matrices P en D .