

Schriftelijk Examen

Wiskunde: Lineaire Algebra

Eerste zittijd academiejaar 2024–2025

Jan De Beule

19/06/2025 (reconstructie)

Vraag 1 (4 ptn)

Waar of Vals

- Stel A een 3×3 matrix en inverteerbaar. Is de lineaire transformatie van A dan altijd injectief en surjectief?
- Stel A en B zijn $n \times n$ matrices met het matrixproduct $AB = 0$. Is dan altijd $A = 0$ of $B = 0$?
- Is een 4×4 matrix met 4 verschillende eigenwaarden altijd diagonaliseerbaar?
- Beschouw een vectorruimte V waarvoor elk stel $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ lineair afhankelijk is. Is de dimensie van V dan altijd kleiner dan 4?

Vraag 2 (5 ptn)

Gegeven het stelsel voor parameter $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + 2y + z &= 3 \\ 2x + (a-1)y + 3z &= 4 \\ 3x + 4y + (a-1)z &= 7 \end{cases}$$

1. Voor welke a heeft het stelsel oneindig veel oplossingen? Geef de oplossingen.
2. Voor welke a heeft het stelsel één oplossing? Geef deze oplossing.
3. Voor welke a heeft het stelsel geen oplossing?

Vraag 3 (6 ptn)

Beschouw $\mathbb{R}_3$, de ruimte van reële polynomen van graad hoogstens 3. Deze vectorruimte heeft standaardbasis $S = \{1, x, x^2, x^3\}$. Laat $B = \{x^3 + 1, 3x - 1, x^2 - 1, x^3 + x + 2\}$.

1. Geef de coördinaten van elke vector uit B ten opzichte van S .
2. Vormt B een basis van $\mathbb{R}_3$?
3. Indien ja, construeer $P_{B \leftarrow S}$.
Indien nee, geef $\text{Span}(B)$.

Vraag 4 (5 ptn)

Gegeven matrix A :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

1. Geef de karakteristieke vergelijking van A , de eigenwaarden en hun multipliciteiten.
2. Ga na of er matrices P en D bestaan waarvoor $A = PDP^{-1}$, en zo ja, bepaal deze.
3. Wat weten we over de eigenwaarden van $\frac{1}{2}A$? Leg uit.