

Academiejaar 2017- 2018, 1ste zitting
Faculteit Wetenschappen en Bio-ingenieurswetenschappen

Bachelor Biologie
Bachelor Chemie
Bachelor Computerwetenschappen
Bachelor Computerwetenschappen, verkort programma
Bachelor Geografie

NAAM:
ROLNUMMER:
RICHTING:

Vul je antwoorden in op deze formulieren en zorg dat het eindresultaat duidelijk en leesbaar is. Laat deze bundel vastgeniet en **vul je naam, rolnummer en richting in op het eerste blad.**

Schrijf je oplossingen duidelijk leesbaar op met alle tussenstappen en **volledige uitwerking.** Vermeld gebruikte eigenschappen en stellingen. Zorg dat je **werkwijze duidelijk** is. Rekenmachine is **niet** toegelaten.

We wensen je veel succes met het examen!

Vraag 1 (4 ptn)

giscorrectie: juist antwoord: +2 punten, geen antwoord: 0 punten, fout antwoord: −1 punt. Dit levert een score op 16, die nadien herschaald wordt naar een score op 4. Een negatieve score op 16 is mogelijk, maar wordt automatisch herleid naar een 0 op 4 voor deze vraag.

Vul in met waar (W) of vals (V).

- 1 _____ Elke 6×6 matrix met zes verschillende eigenwaarden is diagonaliseerbaar.
- 2 _____ Het product van twee niet-inverteerbare matrices kan inverteerbaar zijn.
- 3 _____ Stel dat A een 3×3 matrix is. Als één van de eigenwaarden nul is, dan is A niet inverteerbaar.
- 4 _____ Stel dat A en B twee vierkante matrices zijn, beide verschillend van de nulmatrix. Dan is het onmogelijk dat AB de nulmatrix is.
- 5 _____ Zij V een vectorruimte. Als er een lineair onafhankelijke verzameling $\{\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_{10}\}$ bestaat in V , dan is $\dim V \geq 10$.
- 6 _____ Stel A is een 5×8 matrix. Dan is de dimensie van de kolomruimte van A hoogstens 5.
- 7 _____ Als het systeem $A\vec{x} = \vec{b}$ meer dan 1 oplossing heeft, dan geldt dit ook voor het systeem $A\vec{x} = \vec{0}$.
- 8 _____ De rang van een diagonaliseerbare 4×4 matrix is altijd gelijk aan 4.

Vraag 2 (5 ptn)

1. Beschouw het volgende lineaire stelsel in x_1, x_2, x_3 :

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 7x_3 &= 8 \\ 2x_1 + 2x_2 - 13x_3 &= 13 \\ x_1 - x_2 + hx_3 &= 2 \end{cases}$$

(a) Voor welke $h \in \mathbb{R}$ heeft dit stelsel:

- i. een unieke oplossing?
- ii. oneindig veel oplossingen?
- iii. geen oplossingen?

(b) Geef bij puntjes (i) en (ii) ook de oplossing(en), indien ze bestaan.

2. Gegeven de vectoren

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

beschouw dan de lineaire transformatie

$$T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2 : \vec{x} \mapsto x_1 \vec{v}_1 + x_2 \vec{v}_2.$$

(a) Bepaal de matrix $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ zodat $T(\vec{x}) = A\vec{x}$.

(b) Is T injectief, surjectief of (geen van) beide?

Vraag 3 (3 ptn)

1. Vind alle $h \in \mathbb{R}$ zodat $\det(A^{10}) = 0$, waarbij

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 6 & 1 & h \end{pmatrix}.$$

2. Stel dat $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ met de eigenschappen dat $\det(A) = 1$ en $A^{-1} = -A^T$. Gebruik eigenschappen van de determinant om aan te tonen dat n een even getal moet zijn.

Vraag 4 (5 ptn)

a) Beschouw volgende matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 3 & -1 & -7 & 3 \end{pmatrix}.$$

Wat is de dimensie van $\text{Nul}A$, $\text{Col}A$ en $\text{Row}A$? Geef ook telkens een basis voor deze vectorruimten.

b) Ga na dat

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} \right\}$$

een basis vormt voor $\mathbb{R}^2$.

c) Wat zijn de coördinaten van de vector $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ ten opzichte van de basis $\mathcal{B}$?

d) Toon aan dat volgende verzameling een deelruimte is van $\mathcal{M}_{2,2}(\mathbb{R})$:

$$H = \left\{ A \in \mathcal{M}_{2,2}(\mathbb{R}) \mid A + A^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Geef een basis voor deze vectorruimte.

Vraag 5 (3 ptn)

1. Is de matrix A diagonaliseerbaar?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Bepaal matrices P en D zodat $B = PDP^{-1}$ een diagonalisatie is van B .

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

