

Academiejaar 2020-2021, 1ste zitting, 11 januari 2021

Faculteit Wetenschappen en Bio-ingenieurswetenschappen

Bachelor Biologie, Chemie, Computerwetenschappen, Schakel Computerwetenschappen,
verkort programma, Geografie

Naam:
Rolnummer:
Richting:

Schrijf je oplossingen **duidelijk leesbaar** op.
We wensen je veel succes met het examen!

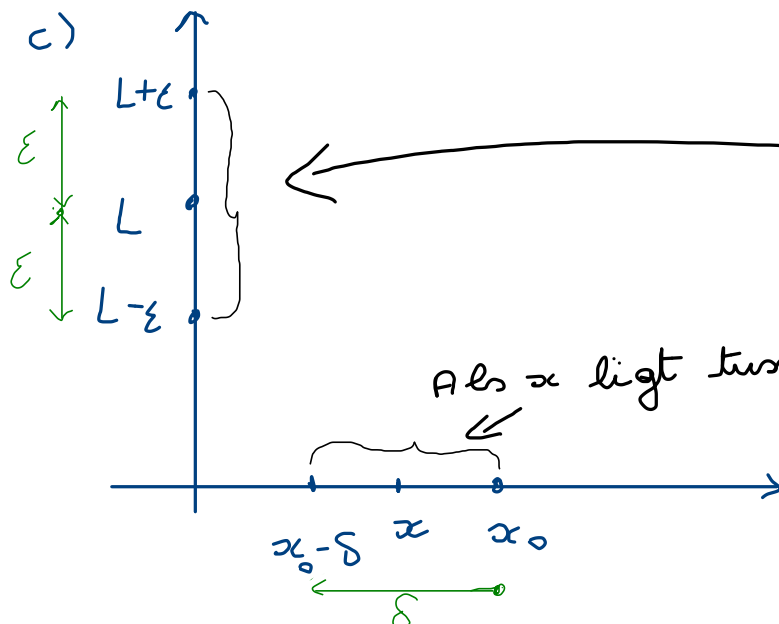
Totaal op 35 punten

1. Een functie $y = f(x)$ heeft een **linkerlimiet** L ($L \in \mathbb{R}$) voor x gaande naar x_0 ($x_0 \in \mathbb{R}$).

- (a) Geef de wiskundige definitie (gebruik makende van de symbolen ϵ en δ).
(b) Geef de notatie.
(c) Maak een duidelijke grafiek waarop alle grootheden die in deze definitie voorkomen aangeduid zijn.

a) $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0$, zodat voor alle x met $x_0 - \delta < x < x_0$ geldt dat $|f(x) - L| < \epsilon$

b) $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$



Als x ligt tussen $x_0 - \delta$ en x_0 dan
ligt $f(x)$ in
 $]L - \epsilon, L + \epsilon[$

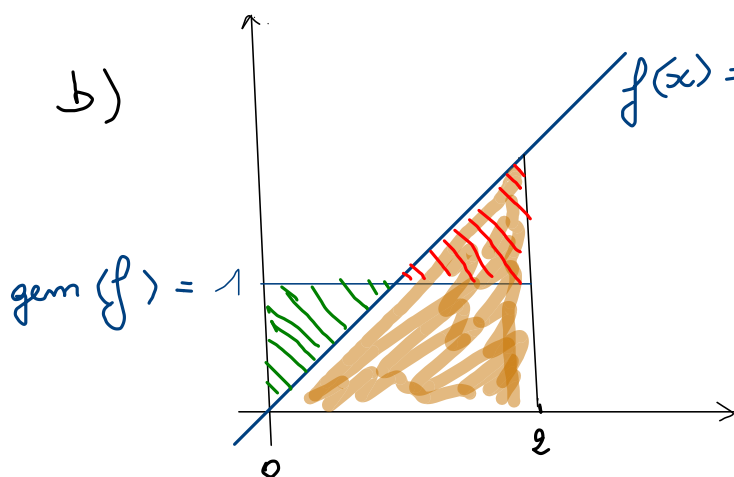
Naam en voornaam:

10 punten

2. (a) Geef de definitie van de *gemiddelde waarde* van een integreerbare functie f op het interval $[a, b]$.
- (b) Illustreer deze definitie met een duidelijke figuur. Doe dit voor een positieve functie f . Leg uit wat je getekend hebt.
- (c) Schets een functie waarvoor de onderstaande uitspraak niet geldt en leg uit waarom.
"Zij f een functie die integreerbaar is op het interval $[a, b]$ dan bestaat er een punt c in dit interval $[a, b]$ waarvoor geldt dat $f(c)$ gelijk is aan de gemiddelde waarde van f op het interval $[a, b]$."
- (d) Corrigeer bovenstaande uitspraak.

a) De gemiddelde waarde van een integreerbare functie f op het interval $[a, b]$ wordt gedefinieerd als

$$\text{gem}(f) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$



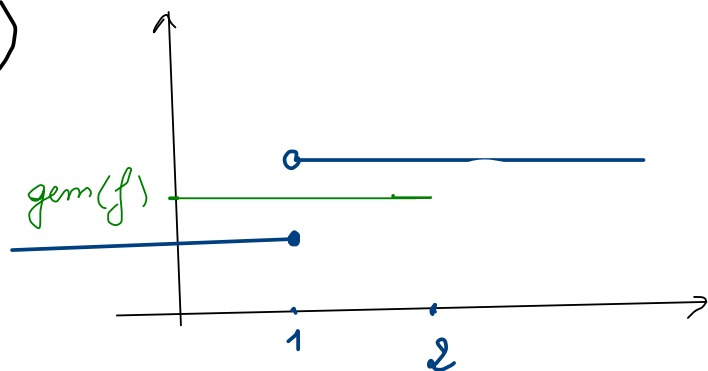
Op interval $[0, 2]$

$$f(x) = x \rightarrow \text{gem}(f) = \frac{1}{2} \int_0^2 x dx = 1$$

De gul gearceerde oppervlakte is gelijk aan de oppervlakte van de rechthoek met lengte 1 (= $\text{gem}(f)$) en breedte 2 (= breedte van interval).

Dit betekent ook dat de rode oppervlakte gelijk is aan de groene.

c)



$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{als } x \leq 1 \\ 2 & \text{als } x > 1 \end{cases}$$

$\text{gem}(f)$ op interval $[0, 2] \Rightarrow \frac{3}{2}$

Er bestaat geen punt in $[0, 2]$ met $\frac{3}{2}$ als functie waarde

d) Indien f **continu** is op het interval $[a, b]$ dan bestaat er een punt c in dit interval $[a, b]$ waarvan geldt dat $f(c)$ gelijk is aan de gemiddelde waarde van f op het interval $[a, b]$

Naam en voornaam:

3. Classificeer volgende differentiaalvergelijkingen; vermeld ook telkens welke de afhankelijke en de onafhankelijke variabele is.

15 punten

(a) $\frac{d\theta}{dr} = \theta r^2 + 20$

(b) $20t \frac{d^2x}{dt^2} = e^t \frac{dx}{dt} + t^2x - 2 \sin t$

(c) $3\sqrt{\beta} \frac{d\beta}{dr} - \beta^2 r = 0$

a) $\frac{d\theta}{dr} - r^2 \theta = 20$

gewone DV, 1^o orde, lineair en inhomogeen
 θ afhankelijke variabele en r de onafhankelijke

b) $20t \frac{d^2x}{dt^2} - e^t \frac{dx}{dt} - t^2x = -2 \sin t$

gewone DV, 2^o orde, lineair, inhomogeen
 x afhankelijke variabele en t de onafhankelijke

c) $3\sqrt{\beta} \frac{d\beta}{dr} - r\beta^2 = 0$

gewone DV, 1^o orde, **niet lineair** ($\Rightarrow$ homogeen of inhomogeen niet van toepassing)

β afhankelijke variabele en r de onafhankelijke